

La gravità quantistica

In una teoria quantomeccanica della gravitazione la stessa geometria dello spazio e del tempo sarebbe soggetta a continue fluttuazioni e perfino la distinzione tra passato e futuro potrebbe divenire incerta

di Bryce S. DeWitt

Tra le forze della natura la gravità pare abbia uno stato particolare. Altre forze, come l'elettromagnetismo, agiscono nello spazio-tempo, che ha semplicemente la funzione di riferimento per gli eventi fisici. La gravità è completamente diversa: non è una forza applicata su un fondo passivo di spazio e di tempo, ma costituisce una distorsione dello spazio-tempo stesso. Un campo gravitazionale è una «curvatura» dello spazio-tempo. È questa la concezione della gravità che Einstein raggiunse in quella che descrisse come la più pesante fatica della sua vita.

La distinzione qualitativa tra la gravità e le altre forze diventa molto più chiara quando si tenta di formulare una teoria della gravitazione che concordi con i precetti della meccanica quantistica. Il mondo quantistico non è mai in quiete. Per esempio, nella teoria quantistica dei campi elettromagnetici, il valore del campo elettromagnetico fluttua continuamente. In un universo dominato dalla gravità quantistica sarebbero soggette a fluttuazioni la curvatura dello spazio-tempo e perfino la sua stessa struttura. È probabile in realtà che la sequenza degli eventi nel mondo e il significato di passato e di futuro siano suscettibili di modificazioni.

Qualcuno potrebbe pensare che, se esistessero fenomeni del genere, sicuramente dovrebbero già essere stati rilevati. Accade, invece, che tutti gli effetti di natura quantomeccanica della gravitazione siano confinati in una scala straordinariamente piccola, sulla quale, nel 1899, Max Planck richiamò per primo l'attenzione. In quel-

l'anno, Planck introdusse la sua famosa costante, chiamata quanto d'azione e indicata con \hbar . Egli stava cercando di dare un significato allo spettro della radiazione di corpo nero, la luce che sfugge da una piccola apertura praticata in una cavità molto calda. Come fatto curioso, notò che la sua costante, combinata con la velocità della luce e con la costante di gravitazione di Newton, dà origine a un sistema assoluto di unità di misura. Tali unità forniscono la scala della gravità quantistica.

Le unità di Planck sono completamente estranee alla fisica di ogni giorno. Per esempio, l'unità di lunghezza è di $1,61 \times 10^{-33}$ centimetri, ovvero inferiore di 21 ordini di grandezza al diametro di un nucleo atomico. Essa sta alle dimensioni nucleari grosso modo nello stesso rapporto in cui stanno le dimensioni dell'uomo a quelle della nostra galassia. Ancora più curiosa è l'unità di tempo di Planck: $5,36 \times 10^{-44}$ secondi. Per verificare sperimentalmente queste scale di distanza e di tempo impiegando strumenti costruiti con l'attuale tecnologia sarebbe necessario un acceleratore di particelle delle dimensioni della Galassia!

Dal momento che la via sperimentale non ci può aiutare, la gravità quantistica è insolitamente speculativa. Ciononostante, essa è di spirito fondamentalmente conservatore: prende la teoria attualmente consolidata e si limita a spingerla fino alle sue estreme conseguenze logiche. Nei suoi aspetti essenziali ha per obiettivo quello di fondere tre teorie: la relatività ristretta, la teoria einsteiniana della gravitazione e la meccanica quantistica, e nien-

l'altro. Una tale sintesi non è stata ancora completamente realizzata, ma nel tentativo di raggiungerla si è già potuto apprendere molto.

Lo sviluppo di una valida teoria della gravità quantistica offre, inoltre, la sola strada che si conosca verso la conoscenza dell'origine del big bang e del destino finale dei buchi neri, eventi che si possono considerare caratteristici dell'inizio e della fine dell'universo.

Delle tre teorie che convergono nella gravità quantistica, la relatività ristretta è venuta storicamente per prima. È la teoria che unisce spazio e tempo attraverso il postulato (poi confermato sperimentalmente) che la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori che si muovono nel vuoto, sottratti a forze esterne. Le conseguenze di questo postulato, introdotto nel 1905 da Einstein, si possono descrivere con l'aiuto di un diagramma spazio-tempo, un grafico che riporta curve che rappresentano le posizioni di oggetti nello spazio in funzione del tempo. Le curve sono chiamate «linee universali».

Per amore di semplicità ignorerò due delle dimensioni spaziali. Si può allora tracciare una linea universale su un grafico bidimensionale nel quale si misurano orizzontalmente le distanze spaziali e verticalmente gli intervalli di tempo. Una retta verticale è la linea universale di un oggetto in quiete nel sistema di riferimento scelto per la misurazione. Una retta inclinata è la linea universale di un oggetto in moto a velocità costante nel sistema di riferimento scelto. Una linea universa-

le curva rappresenta, infine, un oggetto sottoposto ad accelerazione.

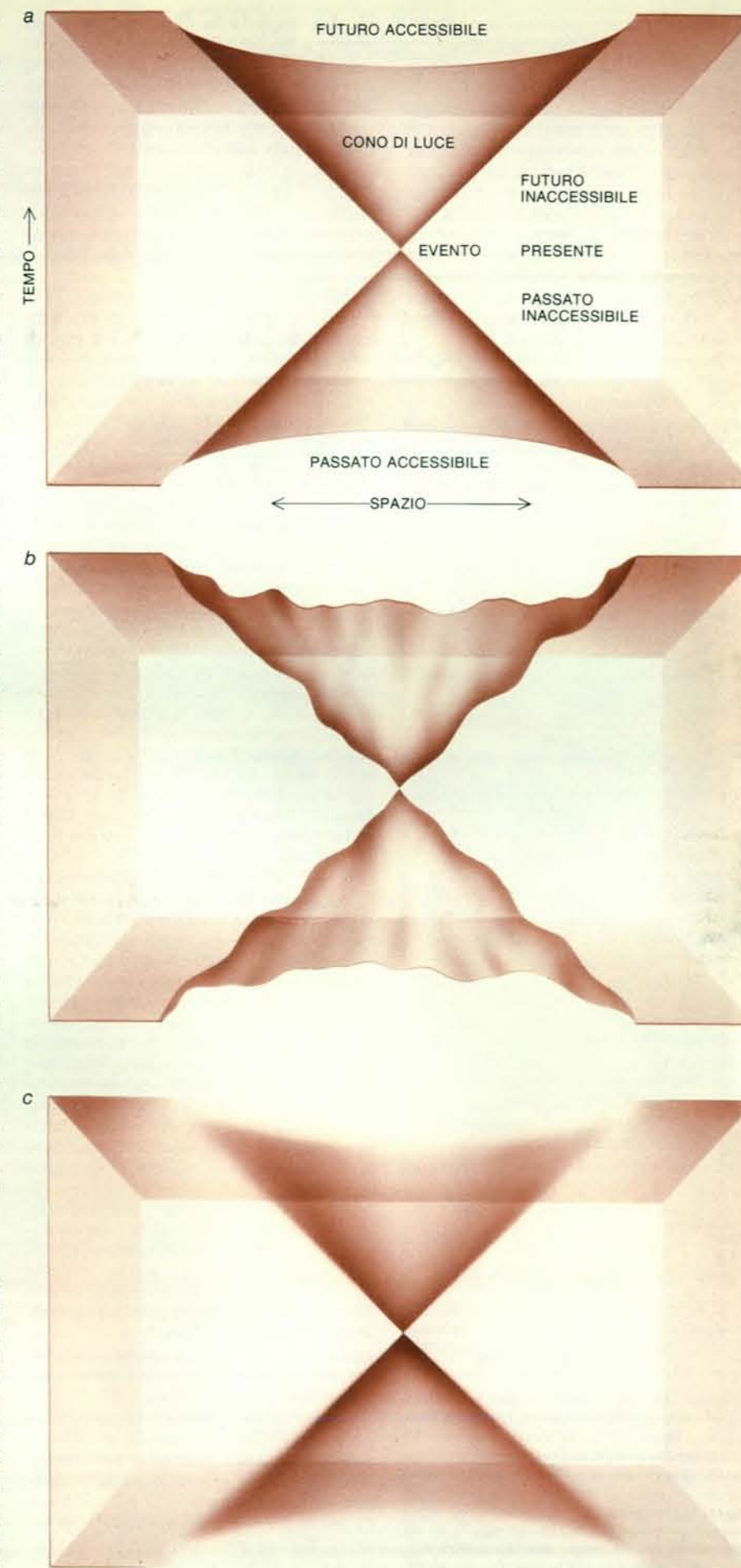
Un punto del diagramma spazio-tempo definisce sia una posizione dello spazio sia un istante di tempo ed è chiamato evento. La distanza spaziale tra due eventi dipende dal sistema di riferimento prescelto e lo stesso vale per l'intervallo di tempo. Il concetto di simultaneità dipende dal sistema di riferimento: due eventi collegati da una linea orizzontale in un dato sistema di riferimento sono simultanei in tale sistema, ma non in altri.

Per stabilire una relazione tra sistemi di riferimento in moto relativo, si deve introdurre un'unità comune per la misura dello spazio e del tempo. La velocità della luce giunge da fattore di conversione, collegando una data distanza al tempo necessario perché la luce la percorra. Adotterò il metro come unità sia dello spazio sia del tempo. Un metro di tempo è pari a circa 3,33 nanosecondi (miliardesimi di secondo).

Misurando lo spazio e il tempo nelle stesse unità, la linea universale di un fotone (un quanto di luce) è inclinata a 45 gradi. La linea universale di qualsiasi oggetto materiale ha, invece, un'inclinazione rispetto alla verticale sempre minore di 45 gradi, il che è un altro modo di dire che la sua velocità è sempre inferiore a quella della luce. Se la linea universale di un oggetto o di un segnale qualsiasi fosse inclinata a più di 45 gradi dalla verticale, a certi osservatori l'oggetto o il segnale apparirebbe muoversi a ritroso nel tempo. Mettendo a punto un relè per segnali più veloci della luce, un uomo potrebbe trasmettere informazioni nel suo passato, violando in tal modo il principio di causalità. Tali segnali sono però vietati dalle caratteristiche della relatività ristretta.

Si considerino due eventi sulla linea universale di un osservatore non sottoposto ad accelerazione. Si supponga che gli eventi, in un particolare sistema di riferimento, siano distanti quattro metri nello spazio e cinque metri nel tempo. In tale sistema l'osservatore si sta quindi muovendo ai quattro quinti della velocità della luce. In un altro sistema la sua velocità sarebbe differente e la stessa cosa accadrebbe per gli intervalli di spazio e di tempo associati. C'è però una grandezza che si manterrebbe inalterata in tutti i sistemi di riferimento. Questa grandezza invariante è detta «tempo proprio» tra i due eventi ed è

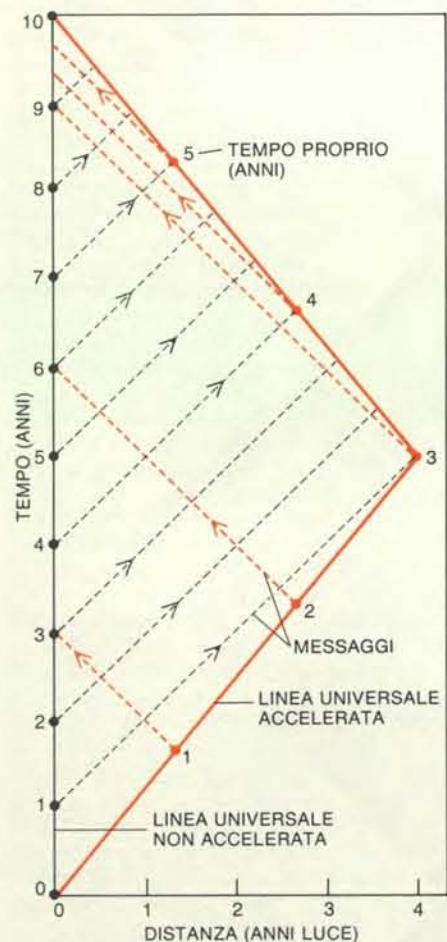
Il cono di luce, che definisce le regioni dell'universo accessibili da un dato punto dello spazio e da un dato istante di tempo, diventerebbe un concetto male espresso in una teoria della gravità quantistica. Il cono (a) è una superficie nello spazio-tempo tetradimensionale, ma viene qui rappresentato eliminando una dimensione spaziale. Se la gravitazione è quantizzata, la forma del cono può fluttuare fortemente su brevi distanze (b). In realtà le fluttuazioni non si possono percepire direttamente; il cono di luce si comporta come se fosse vago. Alla domanda se due punti dello spazio-tempo possano comunicare l'uno con l'altro (mediante segnali in moto a velocità inferiore a quella della luce) si può quindi dare solo una risposta probabilistica (c).



l'intervallo di tempo misurato da un orologio che l'osservatore porta con sé.

Nel sistema di riferimento prescelto la linea universale tra i due eventi è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente una base di quattro metri e un'altezza di cinque. Il tempo proprio corrisponde alla «lunghezza» di quest'ipotenusa, ma viene calcolato in modo insolito: mediante un «teorema pseudopitagorico». Come nel caso del normale teorema di Pitagora, si cominciano a calcolare i quadrati dei lati del triangolo. Nella relatività ristretta, però, il quadrato dell'ipotenusa è uguale alla differenza tra i quadrati dei cateti anziché alla loro somma.

Nel presente esempio il tempo proprio è di tre metri e resta di tre metri nel sistema di riferimento di qualsiasi osservatore non sottoposto ad accelerazione. Questa invarianza del tempo proprio è ciò che unisce spazio e tempo in un'unica entità. La geometria dello spazio-tempo, essendo basata su un teorema pseudopitagorico,



La linea universale definisce una traiettoria attraverso lo spazio e il tempo. Qui sono indicate due linee universali in una versione del paradosso dei gemelli di Einstein. La linea universale «curva» del gemello che subisce accelerazione nel punto di inversione del suo viaggio appare la più lunga, ma tale gemello registra il «tempo proprio» più breve. In effetti, in un diagramma spazio-tempo una linea retta rappresenta l'intervallo più lungo tra due punti.

co, non è quella euclidea, ma per molti aspetti è analoga a essa. Nella geometria euclidea, tra tutte le linee che collegano due punti una retta si può definire come linea di lunghezza estrema. Lo stesso vale per la geometria dello spazio-tempo. Nella geometria euclidea, però, l'estremo è sempre un minimo, mentre nello spazio-tempo è un massimo quando i due punti si possono collegare mediante una linea universale che richiede un viaggio a velocità non superiore a quella della luce.

Nel 1854 il matematico tedesco G. F. B. Riemann trovò una generalizzazione della geometria euclidea per gli spazi curvi. Due spazi curvi bidimensionali sono stati studiati fin dall'antichità: essi sono chiamati superfici curve e sono solitamente visti nella prospettiva dello spazio euclideo tridimensionale ordinario. Riemann dimostrò che uno spazio curvo può avere un numero di dimensioni qualsiasi e che può essere studiato intrinsecamente. Non è necessario che lo si immagini immerso in uno spazio euclideo con un maggior numero di dimensioni.

Riemann sottolineò, inoltre, che lo spazio fisico in cui viviamo può essere curvo. Secondo Riemann, la questione si potrebbe decidere soltanto con un esperimento. Come si potrebbe eseguire un siffatto esperimento, almeno in linea di principio? Si dice che lo spazio euclideo è piatto. Uno spazio piatto ha la proprietà che si possono tracciare rette parallele in modo da creare una griglia rettangolare uniforme. Che cosa accadrebbe se si tentasse di disegnare una griglia come questa sulla superficie della Terra, supponendo che la Terra sia piatta?

Si può osservare il risultato da un aereo in un giorno limpido, al di sopra delle regioni coltivate delle Great Plains americane. Il territorio viene suddiviso da strade che corrono da est a ovest e da nord a sud in sezioni di un miglio quadrato. Le strade che corrono da est a ovest si estendono spesso ininterrottamente per molte miglia, ma non quelle che corrono da nord a sud. Percorrendo una strada verso il nord vi sono ogni poche miglia brusche svolte verso est o verso ovest che sono dovute alla curvatura della Terra. Se si eliminassero, le strade confluirebbero fino a creare sezioni di meno di un miglio quadrato.

Nel caso di uno spazio tridimensionale, si può pensare di costruire in esso un'impalcatura gigante fatta di tubolari rettilinei di uguale lunghezza congiunti in modo da formare angoli esattamente di 90° e di 180°. Se lo spazio è piatto, la costruzione dell'impalcatura procederebbe senza difficoltà; se è curvo, prima o poi sarà inevitabile dover accorciare o tirare i tubolari per farli combaciare.

La stessa generalizzazione introdotta da Riemann nella geometria euclidea si può applicare alla geometria della relatività ristretta. La generalizzazione fu operata da Einstein tra il 1912 e il 1915 con l'aiuto del matematico Marcel H. Grossmann. Il risultato è una teoria dello spazio-tempo curvo. In mano a Einstein si

trasformò in una teoria della gravitazione. Nella relatività ristretta i campi gravitazionali si considerano assenti e lo spazio-tempo si assume piatto. In uno spazio-tempo curvo è presente un campo gravitazionale: in realtà, «curvatura» e «campo gravitazionale» sono sinonimi.

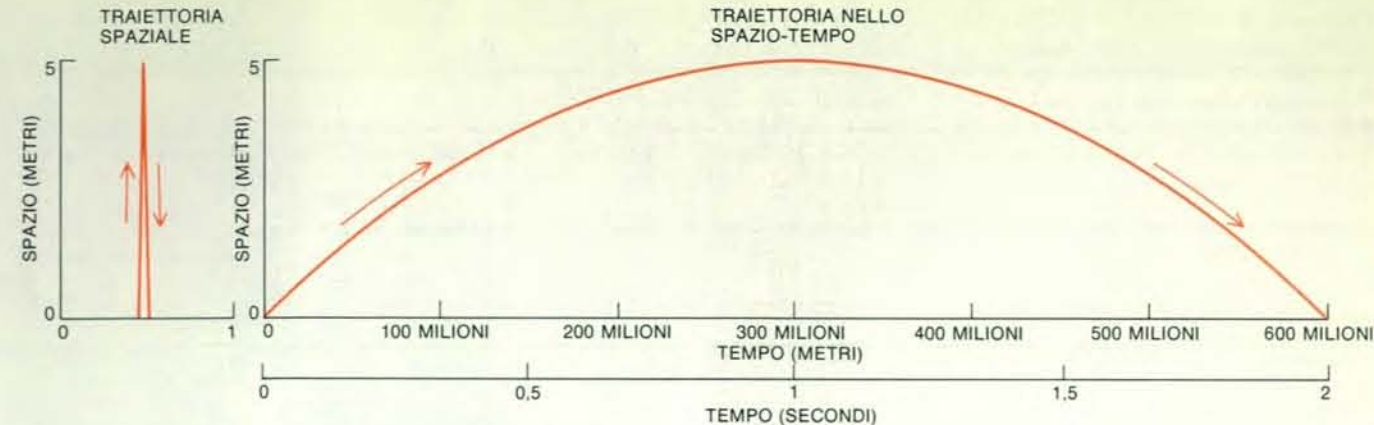
Dal momento che la teoria del campo gravitazionale di Einstein è una generalizzazione della relatività ristretta, egli la chiamò relatività generale. Il nome è improprio. La relatività generale è in realtà meno relativistica della relatività ristretta. La completa mancanza di peculiarità dello spazio-tempo piatto, la sua omogeneità e isotropia sono ciò che garantisce che le posizioni e le velocità siano strettamente correlate. Non appena lo spazio-tempo si arricchisce di «protuberanze», cioè regioni locali di curvatura, diventa assoluto perché si possono precisare posizione e velocità rispetto alle protuberanze. Lo spazio-tempo, invece di essere semplicemente un'arena priva di caratteristiche peculiari per la fisica, è a sua volta dotato di proprietà fisiche.

Nella teoria di Einstein la curvatura è prodotta dalla materia. La relazione tra la quantità di materia e il grado di curvatura è semplice in linea di principio, ma complicata da calcolarsi. Sono necessarie venti funzioni delle coordinate di un punto dello spazio-tempo per descrivere la curvatura in quel punto. Dieci di tali funzioni corrispondono a una parte della curvatura che si propaga liberamente sotto forma di onde gravitazionali, o «oscillazioni di curvatura». Le altre 10 funzioni sono determinate dalla distribuzione della massa, della quantità di moto, del momento angolare e dalle tensioni interne della materia, nonché dalla costante di gravitazione di Newton, G .

Con riferimento alle densità di massa incontrate sulla Terra, G è una costante piccolissima. È necessaria una massa enorme per curvare apprezzabilmente lo spazio-tempo. La grandezza inversa $1/G$ si può considerare come una misura della «rigidità» dello spazio-tempo. In base all'esperienza quotidiana, lo spazio-tempo è molto rigido. L'intera massa della Terra induce una curvatura dello spazio-tempo che è pari a solo un milionesimo circa della curvatura della superficie terrestre.

Nella teoria di Einstein un corpo in caduta libera o un corpo liberamente orbitante seguono una linea universale geodetica. Una geodetica che collega due punti dello spazio-tempo è una linea universale di lunghezza estrema tra essi: è una generalizzazione del concetto di linea retta. Se si immagina uno spazio-tempo curvo immerso in uno spazio piatto di maggior numero di dimensioni, una geodetica appare come una linea curva.

L'effetto della curvatura su un corpo in movimento è stato spesso illustrato da un modello nel quale una sfera rotola su un foglio di gomma deformato. Il modello non è esatto in quanto può rappresentare soltanto la curvatura spaziale. Nella vita reale siamo costretti a restare nell'universo a quattro dimensioni dello spazio e del



La curvatura dello spazio-tempo in presenza di una massa costituisce un campo gravitazionale. Una palla, lanciata in aria a un'altezza di cinque metri, resta sollevata per due secondi. Il suo moto di salita e di discesa rivela la curvatura dello spazio-tempo nei pressi della superficie terrestre. La curvatura della traiettoria è immediatamente visibile,

ma è in realtà piccolissima quando si misurano lo spazio e il tempo nelle stesse unità. Per esempio, i secondi si possono trasformare in metri moltiplicandoli per la velocità della luce, pari a 300 milioni di metri al secondo. In tal caso, la traiettoria diventa un arco estremamente piatto lungo 600 milioni di metri e alto cinque metri (a destra).

tempo. Inoltre, non possiamo evitare di muoverci in tale universo, perché siamo proiettati in avanti nel tempo. Il tempo è l'elemento chiave. Risulta che, benché in un campo gravitazionale lo spazio sia curvo, è molto più importante la curvatura del tempo. Ciò è dovuto all'elevato valore della velocità della luce, che collega la scala dello spazio a quella del tempo.

Vicino alla Terra la curvatura dello spazio è talmente lieve da non potersi rilevare con misurazioni statiche. Tuttavia la nostra precipitosa corsa nel tempo è così veloce che nelle situazioni dinamiche la curvatura diventa notevole, allo stesso modo in cui una lieve gobba in un'autostrada, pur passando inosservata a un pedone, può diventare pericolosa per un'automobile veloce. Lo spazio attorno alla Terra appare piatto, con un alto grado di precisione, ma possiamo vedere la curvatura dello spazio-tempo semplicemente lanciando in aria una palla. Se la palla rimane in aria per due secondi, descrive un arco con un'altezza di cinque metri. La luce percorre 600 000 chilometri in due secondi. Se immaginiamo l'arco alto cinque metri stirato orizzontalmente fino a una lunghezza di 600 000 chilometri, la curvatura dell'arco è la curvatura dello spazio-tempo.

L'introduzione da parte di Riemann del concetto di spazi curvi diede l'avvio a un'altra fruttuosa branca della matematica: la topologia. Si sapeva che esistono superfici bidimensionali prive di contorni in una varietà infinita di tipi che non possono essere deformati l'uno nell'altro con continuità; ne sono due semplici esempi una sfera e un toro. Riemann fece notare che la stessa cosa vale per spazi curvi con un maggior numero di dimensioni e fece i primi passi per una loro classificazione.

Esiste un numero infinito di tipi topologici anche dello spazio-tempo curvo (o, più esattamente, dei modelli di spazio-tempo curvo). Alcuni modelli si possono rifiutare come candidati per una descri-

zione dell'universo reale perché portano a paradossi di causalità o perché in essi non possono essere rispettate le leggi fisiche note. Tuttavia resta ancora un numero di possibilità enormi.

Un modello dell'universo degno di nota venne proposto dal matematico russo Alexander A. Friedmann nel 1922. Nella relatività ristretta lo spazio-tempo viene visto non solo come piatto, ma anche di estensione infinita sia nello spazio sia nel tempo. Nel modello di Friedmann qualsiasi sezione trasversale spaziale a tre dimensioni dello spazio-tempo ha un volume finito e ha la topologia di una trisfera, uno spazio che può essere immerso in uno spazio euclideo quadridimensionale in modo tale che tutti i suoi punti siano equidistanti da un punto dato. Il modello è stato il preferito dai cosmologi dal momento in cui Edwin P. Hubble, negli anni venti, scoprì l'espansione dell'universo. Se si combina il modello di Friedmann con la teoria della gravitazione di Einstein, esso prevede un big bang in un istante iniziale di compressione infinita, seguito da un'espansione che dura miliardi di anni per mutua attrazione gravitazionale di tutta la materia dell'universo.

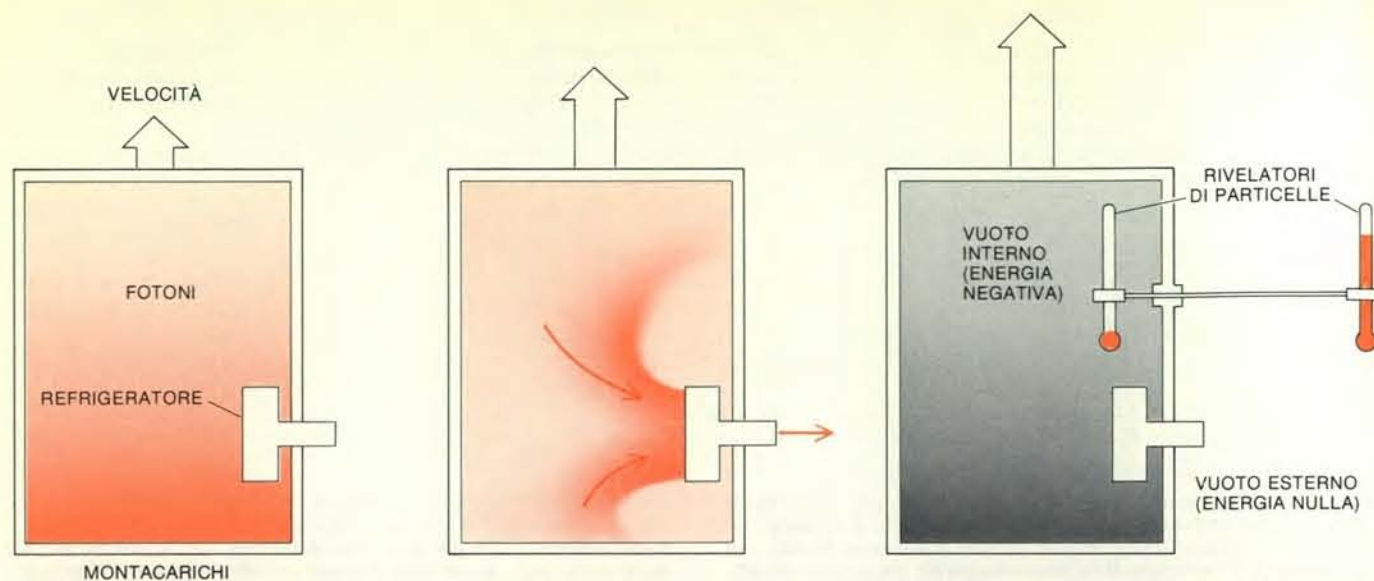
Uno spazio-tempo di Friedmann ha la proprietà che qualsiasi curva chiusa disegnata in esso può essere ridotta in modo continuo a un punto. Uno spazio-tempo siffatto è detto «semplicemente connesso». L'universo reale non può avere una tale proprietà. Pare che il modello di Friedmann descriva molto bene la regione di spazio entro alcuni miliardi di anni luce nella nostra galassia, ma non possiamo vedere l'intero universo.

Un semplice esempio di universo moltiplicemente connesso è quello di una struttura ripetuta all'infinito, come il motivo di una carta da parati, in una data direzione spaziale. Ogni galassia di un siffatto universo è un membro di una serie infinita di galassie identiche poste a una distanza fissa (e necessariamente enorme) l'una dall'altra. Se i membri di una

serie sono veramente identici, è discutibile se si debbano considerare distinti. È più conveniente considerare ogni serie come rappresentante una sola galassia. Un viaggio da un membro della serie a quello successivo riporta, quindi, un viaggiatore al punto di partenza e una linea che descrive tale viaggio è una curva chiusa che non può essere ridotta a un punto. Essa assomiglia a una curva chiusa sulla superficie di un cilindro che gira attorno al cilindro una sola volta. L'universo che si ripete è detto universo cilindrico.

Un altro esempio di una struttura moltiplicemente connessa, su una scala molto più piccola, è il *wormhole* (alla lettera cunicolo o galleria di tarlo), introdotto nel 1957 da John Archibald Wheeler, ora all'Università del Texas ad Austin. Si può costruire un «cunicolo» bidimensionale praticando due aperture circolari in una superficie bidimensionale e congiungendone accuratamente i bordi (si veda l'illustrazione a pagina 13). Il procedimento nelle tre dimensioni è lo stesso, ma è più difficile visualizzarlo.

Dal momento che le due aperture possono trovarsi a una grande distanza nello spazio originario, anche se avvicinate dal passaggio che le collega, il cunicolo è diventato un dispositivo comune nella fantascienza per spostarsi da un punto a un altro molto più velocemente di quanto possa fare la luce: basta praticare due aperture nello spazio, collegarle e strisciare lungo il passaggio. Sfortunatamente, anche se si potesse costruire un perforatore (il che è molto dubbio), lo schema non funzionerebbe. Se la geometria dello spazio-tempo è regolata dalle equazioni di Einstein, il cunicolo è un oggetto dinamico. Ne consegue che le due aperture che esso collega sono necessariamente buchi neri e qualsiasi cosa entri in esse non ne può più uscire. Ciò che avviene è che il passaggio «si restringe» e che ogni cosa al suo interno viene compressa a una densità infinita prima di poter raggiungere l'altro capo.



Un montacarichi è l'apparecchiatura adatta per un esperimento ideale che si basa sulla natura del vuoto nella meccanica quantistica e sull'effetto che l'accelerazione o la gravitazione hanno sul vuoto. Si suppone che il montacarichi sia vuoto e sigillato, in modo che inizialmente esiste un vuoto perfetto sia all'interno sia all'esterno del montacarichi. Appena inizia l'accelerazione, però, viene emessa un'onda elettromagnetica dal pavimento e il montacarichi si riempie di un tenue gas di fotoni, o quanti di radiazione elettromagnetica (a sinistra). Un refrigeratore alimentato da una fonte di energia esterna estrae fotoni (al centro). Una volta eliminati tutti i fotoni, i rivelatori di fotoni misurano l'energia

del vuoto sia all'interno sia all'esterno (a destra). Poiché lo strumento all'esterno sta accelerando nel vuoto, esso è sensibile alle fluttuazioni quantomeccaniche dei campi che permeano lo spazio anche in assenza di particelle. Il rivelatore all'interno è in quiete rispetto al montacarichi e non sente le fluttuazioni. Ne consegue che i vuoti all'interno e all'esterno del montacarichi non sono equivalenti. Se si attribuisce energia nulla al vuoto «standard» all'esterno del montacarichi, il vuoto all'interno deve avere energia negativa. Per poter riportare l'energia a zero, si dovrebbero ripristinare i fotoni rimossi dal refrigeratore. Anche un campo gravitazionale può creare un vuoto con energia negativa.

La meccanica quantistica, la terza componente della gravità quantistica, è stata ideata nel 1925 da Werner Heisenberg e da Erwin Schrödinger, ma la loro formulazione iniziale non teneva conto della teoria della relatività. Il suo successo fu cionondimeno immediato e brillante, perché attendevano di essere spiegate moltissime osservazioni sperimentali nelle quali dominano gli effetti quantistici, mentre la relatività ha un ruolo di minore importanza o trascurabile. Si sapeva però che in alcuni atomi gli elettroni raggiungono velocità pari a una notevole frazione della velocità della luce e, quindi, la ricerca di una teoria quanto-relativistica non venne rinviata a lungo.

Alla metà degli anni trenta era già chiaro che, quando si combina la teoria quantistica con la relatività, si possono dedurre numerosi fatti del tutto nuovi, fra i quali due di fondamentale importanza. In primo luogo, ogni particella è associata a un tipo di campo e ogni campo è associato a una classe di particelle indistinguibili. Non fu più possibile considerare il campo elettromagnetico e quello gravitazionale come i soli campi fondamentali della natura. In secondo luogo, esistono due tipi di particelle classificate secondo il loro momento angolare di spin (quantizzato). Quelle con spin $1/2 \hbar$, $3/2 \hbar$ e così via seguono il principio di esclusione (non possono coesistere due particelle nello stesso stato quantico); quelle con spin 0 , \hbar , $2\hbar$ e così via sono gregarie.

Queste sorprendenti conseguenze derivanti dall'unione della relatività ristretta alla meccanica quantistica sono state ripetutamente confermate nell'ultimo

mezzo secolo. La relatività e la teoria dei quanti insieme conducono a una teoria superiore alla somma delle due parti. L'effetto sinergico è ancora più pronunciato allorché si inserisce la gravità.

Nella fisica classica uno spazio-tempo piatto e vuoto («il vuoto» per eccellenza) è privo di strutture, mentre nella fisica quantistica il nome di «vuoto» è dato a un'entità più complessa dotata di una ricca struttura. La sua struttura deriva dall'esistenza nel vuoto di campi liberi che non si annullano mai, campi, cioè, lontani dalle loro sorgenti.

Un campo elettromagnetico libero è matematicamente equivalente a un insieme infinito di oscillatori armonici, che si possono rappresentare come molle alle quali sono fissate delle masse. Nel vuoto ciascun oscillatore si trova nel suo stato fondamentale, o stato di minima energia. Quando un oscillatore classico (non quantomeccanico) si trova nel suo stato fondamentale, è immobile in un punto ben definito. Ciò non è vero per un oscillatore quantistico. Se un oscillatore quantistico fosse in un punto ben definito, la sua posizione sarebbe nota con precisione infinita; per il principio di indeterminazione allora dovrebbe avere quantità di moto ed energia infinite, il che è impossibile. Nello stato fondamentale di un oscillatore quantistico non sono esattamente definite né la posizione né la quantità di moto. Entrambe sono soggette a fluttuazioni casuali. Nel vuoto quantistico è il campo elettromagnetico (e qualsiasi altro campo) a fluttuare.

Benché casuali, le fluttuazioni del campo nel vuoto quantistico sono di una specie particolare. Satisfano il principio di

relatività nel senso che «paiono» le stesse a tutti gli osservatori non accelerati, qualunque sia la loro velocità. Si può dimostrare che questa proprietà implica che il campo sia nullo in media e che le fluttuazioni aumentino di ampiezza alle lunghezze d'onda minori. Il risultato complessivo è che un osservatore non può sfruttare le fluttuazioni per determinare la propria velocità.

Le fluttuazioni possono però servire per determinare l'accelerazione. Nel 1976 William G. Unruh dell'Università della British Columbia dimostrò che un ipotetico rivelatore di particelle sottoposto a un'accelerazione costante reagirebbe alle fluttuazioni del vuoto come se fosse in quiete in un gas di particelle (e quindi non nel vuoto) con una temperatura proporzionale all'accelerazione. Un rivelatore non accelerato non reagirebbe affatto alle fluttuazioni.

L'idea che la temperatura e l'accelerazione possano essere correlate in questo modo ha condotto a una revisione del concetto di «vuoto» e al riconoscimento dell'esistenza di diversi tipi di vuoto. Uno dei più semplici vuoti non tradizionali si può creare ripetendo, in un contesto quantomeccanico, un esperimento ideale proposto per la prima volta da Einstein. Si immagini un montacarichi chiuso che si sta muovendo liberamente nel vuoto. Uno «spirito scherzoso» si aggrappa a esso, portandolo in uno stato di accelerazione costante con l'estremità superiore in avanti. Si suppone che le pareti del montacarichi siano perfettamente conduttrici, impermeabili alla radiazione elettromagnetica, e che il montacarichi stesso sia completamente vuoto, in modo

da non contenere alcuna particella. Einstein introdusse questa descrizione immaginaria per illustrare l'equivalenza tra gravitazione e accelerazione, ma un riesame mostra anche che ci si possono aspettare numerosi effetti strettamente quantomeccanici.

Tanto per cominciare, nell'istante in cui inizia l'accelerazione il pavimento del montacarichi emette un'onda elettromagnetica che si propaga verso il soffitto e rimbalza su e giù. (Il dimostrare perché venga emessa l'onda richiederebbe una dettagliata analisi matematica di un conduttore elettrico accelerato, ma l'effetto è analogo alla creazione dell'onda acustica di compressione che apparirebbe se il montacarichi fosse pieno d'aria.) Se le pareti del montacarichi consentono temporaneamente una certa dissipazione, l'onda elettromagnetica viene trasformata in fotoni con uno spettro energetico termico, o in altre parole in una radiazione di corpo nero caratteristica di una certa temperatura.

Il montacarichi contiene ora un tenue gas di fotoni. Per liberarci dai fotoni possiamo installare un refrigeratore con un radiatore all'esterno, con una certa spesa di energia di fonte esterna. Il risultato finale, quando tutti i fotoni sono stati estratti, è un nuovo vuoto all'interno del montacarichi, un vuoto lievemente diverso dal vuoto standard all'esterno. In primo luogo, infatti, un rivelatore di Unruh che condivide l'accelerazione del montacarichi, e che reagirebbe termicamente alle fluttuazioni del campo se venisse posto nel vuoto standard all'esterno, all'interno non mostra alcuna reazione; in secondo luogo, i due vuoti differiscono per il contenuto di energia.

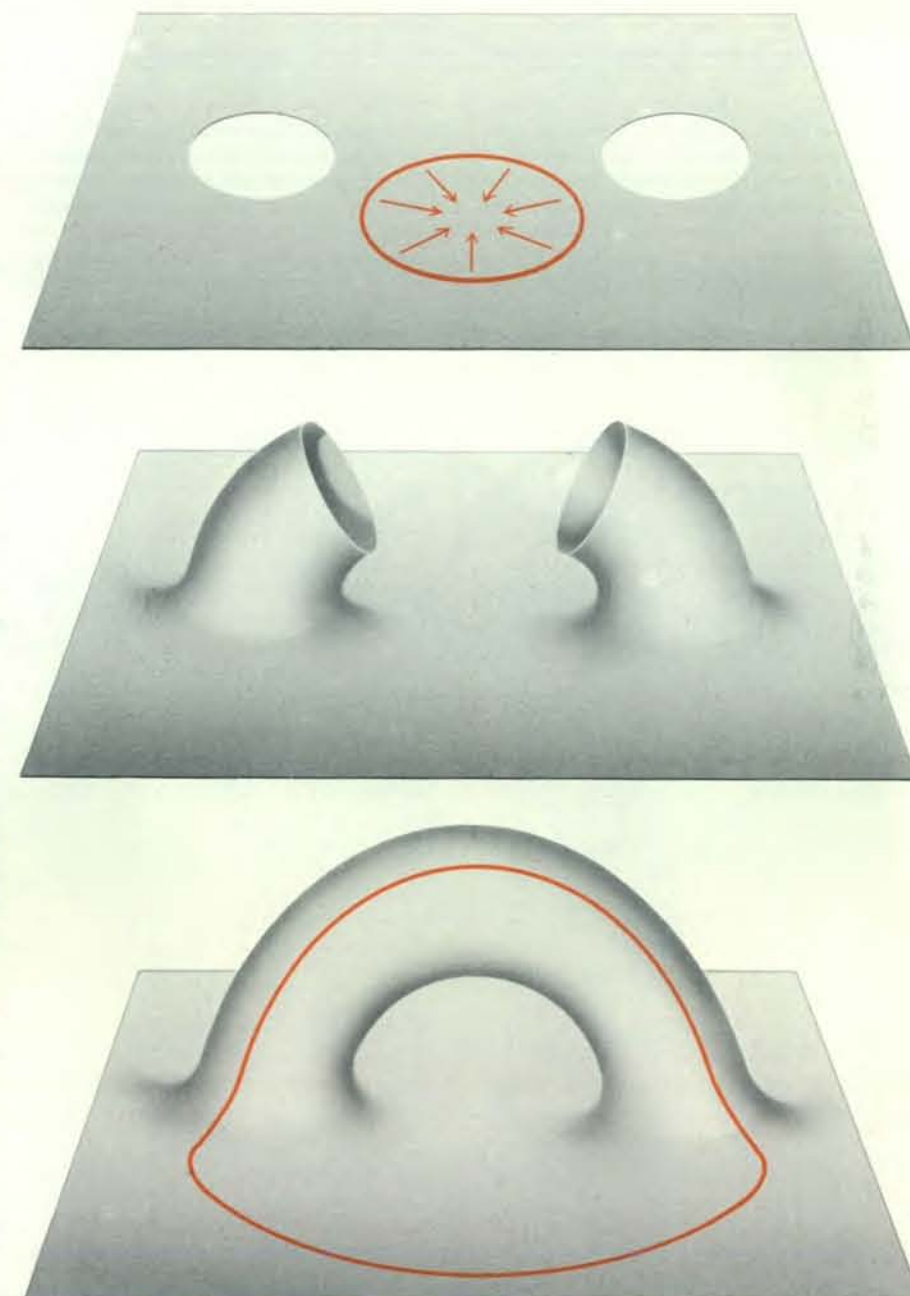
Per precisare l'energia di un vuoto, è necessario risolvere alcuni problemi delicati della teoria quantistica dei campi. Ho sottolineato prima come un campo libero equivalga a un insieme di oscillatori armonici. Le fluttuazioni dello stato fondamentale degli oscillatori danno al campo nel vuoto un'energia residua, chiamata energia di punto zero. Essendo infinito il numero di oscillatori del campo, sembrerebbe che debba essere infinita anche la densità di energia del vuoto.

Una densità di energia infinita è imbarazzante e i teorici hanno introdotto numerosi dispositivi tecnici per esorcizzarla. Tali dispositivi fanno parte di un programma generale, chiamato teoria della rinormalizzazione, per la trattazione dei vari infiniti che compaiono nella teoria quantistica dei campi. Qualsiasi dispositivo adottato deve essere universale, cioè non costruito «su misura» per un particolare problema fisico, ma tale da adattarsi uniformemente a tutti i problemi. Esso deve anche dar luogo a una densità di energia che scompare nel vuoto standard. Quest'ultimo requisito è fondamentale per la coerenza con la teoria di Einstein, perché il vuoto standard è l'equivalente quantistico dello spazio-tempo piatto e vuoto. Se in esso vi fosse energia, esso non sarebbe piatto.

Di regola le varie impostazioni della teoria della rinormalizzazione danno risultati identici quando vengono applicate allo stesso problema, il che dà garanzie sulla loro validità. Quando vengono applicate ai vuoti all'interno e all'esterno del montacarichi, danno una densità di energia nulla all'esterno e una densità di energia negativa all'interno. Un'energia del vuoto negativa costituisce una sorpresa. Che cosa può voler dire meno di niente? Un attimo di riflessione spiega però la ragionevolezza dell'apparente valore negativo. All'interno del montacarichi devono essere aggiunti fotoni termici, perché un rivelatore di Unruh all'interno

si comporti come nel vuoto standard all'esterno. Quando si aggiungono i fotoni, la loro energia riporta a zero l'energia totale interna, uguale a quella del vuoto esterno.

Dobbiamo sottolineare che tali strani effetti sarebbero difficili da osservare in pratica. Per le accelerazioni ricorrenti nella vita quotidiana, perfino nelle macchine ad alta velocità, l'energia negativa è di gran lunga troppo piccola per essere rilevata. Esiste però un caso nel quale è stata osservata un'energia negativa del vuoto, almeno indirettamente: in un effetto previsto nel 1948 da H. B. G. Casimir dei Laboratori di ricerca Philips in Olanda. Nell'effetto Casimir vengono affacciate



Un «cunicolo» (wormhole) nello spazio-tempo è una struttura ipotetica che potrebbe alterare la topologia dell'universo. In uno spazio piatto un cunicolo si forma praticando due aperture e stilandone i bordi in tubi che vengono poi congiunti. Nel piano originario qualsiasi curva chiusa può essere ridotta a un punto (in colore), ma non è possibile per una curva che attraversi il cunicolo. Un cunicolo nello spazio a tre o a quattro dimensioni non è concettualmente differente.

vicinissime nel vuoto due lastre metalliche microscopicamente piane, pulite, parallele e scariche e si vede che si attirano debolmente a vicenda con una forza che si può attribuire a una densità di energia negativa nel vuoto che sta tra di esse.

Il vuoto diventa ancor più complesso quando lo spazio-tempo è curvo. La curvatura influenza la distribuzione spaziale delle fluttuazioni del campo quantistico e, come l'accelerazione, può indurre un'energia del vuoto non nulla. Dal momento che la curvatura può variare da luogo a luogo, può variare anche l'energia del vuoto, mantenendosi positiva in alcuni luoghi e negativa in altri.

In qualsiasi teoria coerente, l'energia si deve conservare. Supponiamo per il momento che un aumento di curvatura provochi un aumento dell'energia del vuoto quantistico. Tale aumento deve venire da qualche parte e, quindi, la stessa esistenza delle fluttuazioni del campo quantistico implica che sia necessaria energia per curvare lo spazio-tempo. Ne consegue che lo spazio-tempo si oppone alla curvatura. È proprio come nella teoria di Einstein.

Nel 1967 il fisico Andrei Sakharov ipotizzò che la gravitazione potesse essere un fenomeno puramente quantistico deri-

vante dall'energia del vuoto e che la costante di Newton G o, in modo equivalente, la rigidità dello spazio-tempo, fosse calcolabile dai principi fondamentali. Quest'idea incontra molte difficoltà. In primo luogo, richiede che la gravità venga sostituita, come campo fondamentale, da qualche «campo di gauge di grande unificazione» suggerito dalle particelle elementari note. Si deve introdurre a questo punto una massa fondamentale per poter ottenere un'altra scala assoluta di unità; quindi una costante fondamentale viene sostituita da un'altra.

In secondo luogo, e forse più importante, la dipendenza calcolata dell'energia del vuoto dalla curvatura conduce a una teoria della gravità più complessa di quella di Einstein. A seconda del numero e del tipo dei campi elementari scelti e del metodo di rinormalizzazione, l'energia del vuoto, anziché aumentare all'aumentare della curvatura, può perfino diminuire. In base a questa relazione di proporzionalità inversa lo spazio-tempo piatto sarebbe instabile e tenderebbe a raggrinzirsi come una prugna. Supporrò qui che il campo gravitazionale sia fondamentale.

Un vero vuoto è definito come uno stato di equilibrio termico alla temperatura dello zero assoluto. Nella gravità quantistica un tale vuoto può esistere soltanto se

la curvatura è indipendente dal tempo. Quando la curvatura dipende dal tempo, nel vuoto possono apparire spontaneamente particelle (con il risultato che, ovviamente, non si tratta più di un vuoto).

Il meccanismo di produzione di particelle può essere spiegato anche in termini di oscillatori armonici. Quando cambia la curvatura dello spazio-tempo, cambiano anche le proprietà fisiche degli oscillatori del campo. Supponiamo che un comune oscillatore si trovi inizialmente nel suo stato fondamentale, soggetto a oscillazioni di punto zero. Se una delle sue proprietà, quali la massa o la rigidità della molla, cambia, le sue oscillazioni di punto zero devono a loro volta adattarsi alla variazione. Dopo l'adattamento c'è una probabilità finita che l'oscillatore non si trovi più nel suo stato fondamentale, ma in uno stato eccitato. Il fenomeno è analogo all'aumento di vibrazione indotto in una corda vibrante di un pianoforte quando aumenta la sua tensione; l'effetto è chiamato eccitazione parametrica. Nel campo quantistico, l'analogo dell'eccitazione parametrica è la produzione di particelle.

Le particelle prodotte da una curvatura variabile nel tempo appaiono casualmente. Non è possibile prevedere esattamente in anticipo dove o quando

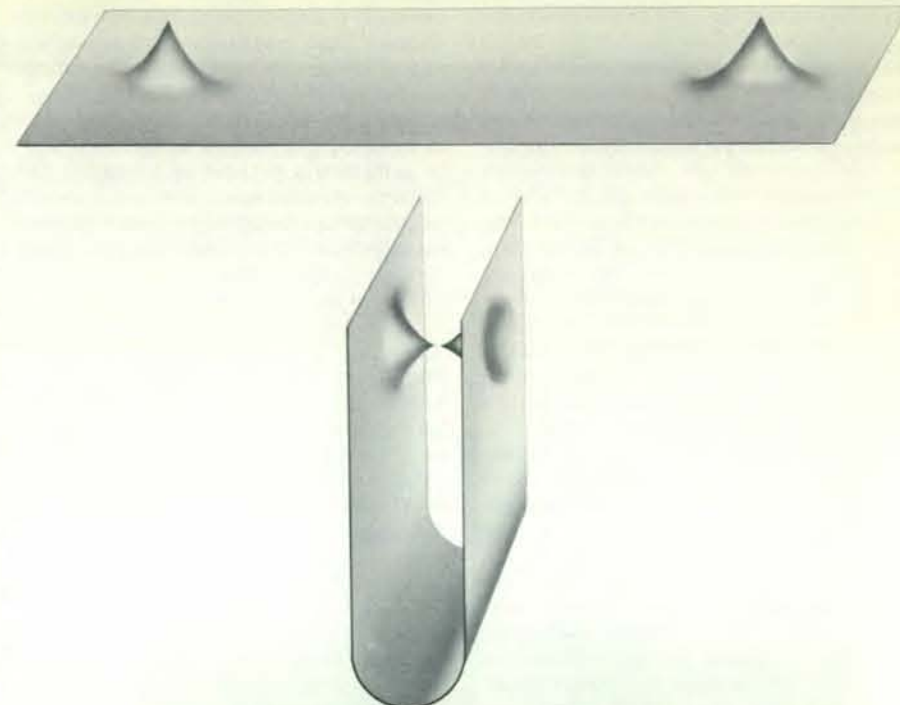
nascerà una data particella. Si può però calcolare la distribuzione statistica dell'energia e della quantità di moto delle particelle. La produzione di particelle è massima dove la curvatura è massima e sta cambiando con la massima rapidità. Essa fu probabilmente molto grande durante il big bang e potrebbe aver avuto un effetto predominante sulla dinamica dell'universo nei primi istanti. Particelle create in questo modo potrebbero spiegare tutta la materia dell'universo.

Tentativi di calcolare la produzione di particelle durante il big bang furono iniziati indipendentemente una decina di anni fa dall'accademico russo Yakov B. Zel'dovich e da Leonard E. Parker dell'Università del Wisconsin a Milwaukee. Da allora, molti altri hanno esaminato il problema, con risultati anche suggestivi, ma senza raggiungere una soluzione definitiva. Inoltre, pende in proposito una domanda fondamentale: quale stato quantistico iniziale si deve scegliere per l'istante del big bang? Qui il fisico deve assumere il ruolo di Dio. Nessuna delle proposte finora avanzate sembra perfettamente convincente.

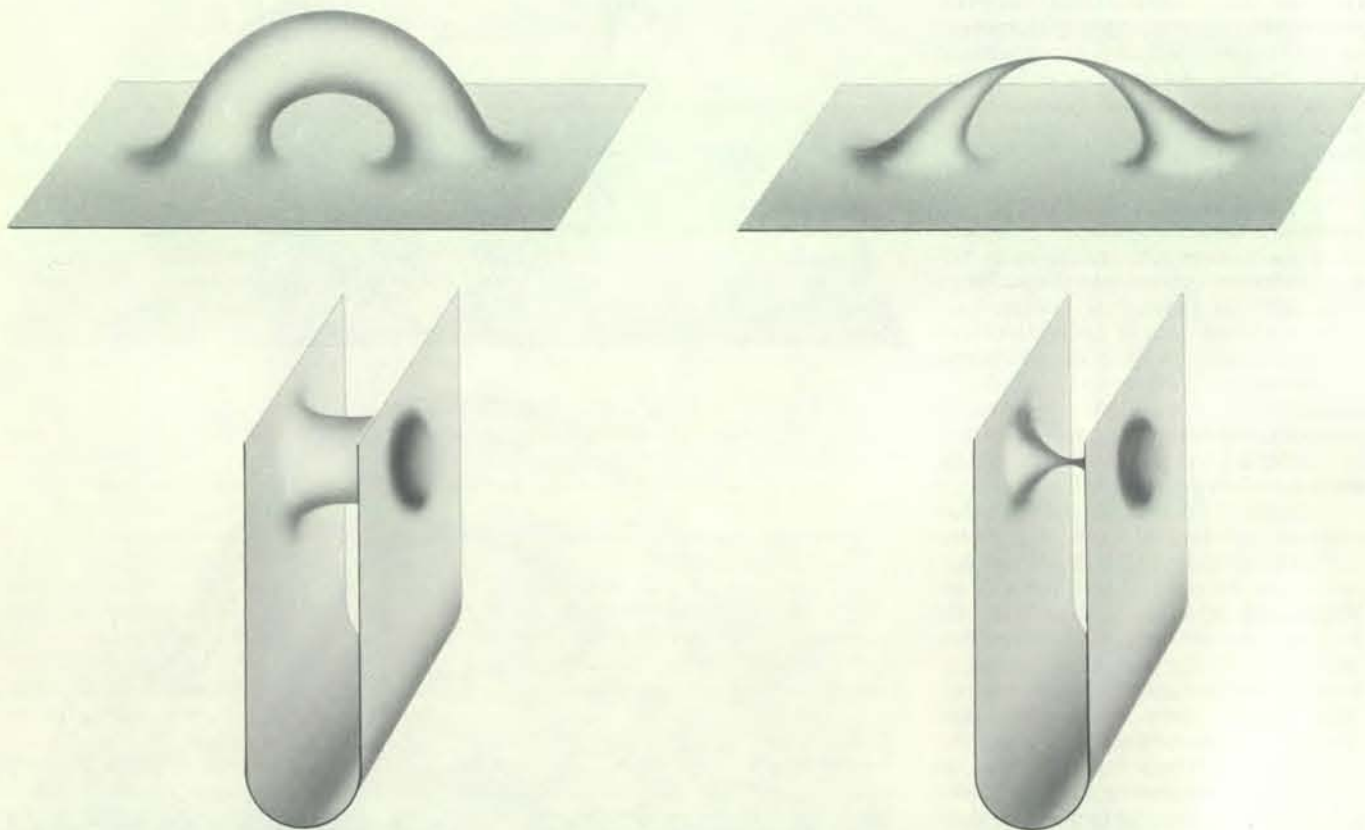
L'altro evento dell'universo durante il quale la curvatura dovrebbe cambiare rapidamente è il collasso di una stella che dà origine a un buco nero. A questo proposito i calcoli quantomeccanici hanno portato a una vera sorpresa, sostanzialmente indipendente dalle condizioni iniziali. Nel 1974 Stephen W. Hawking dell'Università di Cambridge dimostrò che la variazione di curvatura in vicinanza di un buco nero in fase di collasso crea un flusso radiante di particelle. Il flusso è stazionario e continua per lungo tempo dopo che il buco nero è diventato geometricamente quiescente. Esso può continuare poiché pare che il tempo rallenti nell'enorme campo gravitazionale vicino alla superficie di «orizzonte» di un buco nero; per un osservatore esterno tutta l'attività si porta a una condizione virtuale di riposo. Le particelle nate più vicine all'orizzonte vengono maggiormente ritardate nel loro viaggio verso l'esterno.

Anche se il ritardo nell'emissione implica che debba esistere un enorme numero di particelle addensate nei pressi dell'orizzonte, ciascuna «in attesa del proprio turno» per sfuggire, la densità di energia totale in questa regione è effettivamente negativa e piuttosto piccola. L'energia positiva trasportata dalle particelle è ampiamente compensata da un'energia del vuoto enormemente negativa che sarebbe presente se fossero assenti le particelle (per esempio, se il buco nero fosse sempre esistito e non fosse mai stato creato da un collasso gravitazionale).

Si può dimostrare che le particelle emesse sono statisticamente non correlate e che il loro spettro energetico è termico. Il carattere di corpo nero della radiazione è forse la sua proprietà più importante e consente di assegnare a un buco nero sia una temperatura sia un'entropia. L'entropia, che misura il disordine termodinamico del sistema, risulta proporzionale all'area della superficie di oriz-



La topologia fluttuante, che è un aspetto dello spazio-tempo in alcuni tentativi diretti a formulare una teoria della gravità quantistica, solleva serie difficoltà concettuali. Qui sono mostrate due rappresentazioni di un cunicolo che è appena stato strizzato, lasciando due «increspature». Se un tale evento può aver luogo, dovrebbe essere possibile anche il processo inverso; in altri termini, le increspature dovrebbero essere in grado di fondersi per formare un nuovo cunicolo. Il processo inverso sembra possibile quando le increspature appaiono abbastanza vicine, ma non quando sono molto lontane. I concetti di «vicino» e «lontano» però dipendono dal vedere la superficie immersa in uno spazio con un maggior numero di dimensioni. Per un osservatore che si trovi nello spazio bidimensionale della superficie, gli oggetti rappresentati dai due disegni apparirebbero indistinguibili.



In linea di principio regioni lontane dell'universo potrebbero essere connesse da un cunicolo, facendo pensare alla possibilità di stabilire tra esse comunicazioni più veloci della luce; in realtà tale schema non può essere valido. Nel cunicolo in alto a sinistra la distanza tra le aperture nel «mondo esterno» è paragonabile alla distanza lungo il «passaggio». Nel cunicolo in basso a sinistra la distanza esterna è molto maggiore. Nei disegni in basso lo spazio rappresentato dal pia-

no appare curvo, ma ciò è solo dovuto al fatto che viene visto dalla prospettiva di uno spazio con un maggior numero di dimensioni; per un osservatore che vive nel piano esso apparirebbe quasi piatto. Che il passaggio sia o no una scorciatoia, è impossibile attraversarlo, dato che un cunicolo collega immancabilmente due buchi neri. Il passaggio «si strozza», come si vede a destra, e qualunque cosa entri viene schiacciata a una densità infinita prima di raggiungere il lato opposto.

zonte. Per un buco nero di massa stellare essa è enorme: è di oltre diciannove ordini di grandezza superiore all'entropia della stella collassata che ha formato il buco nero. La temperatura, a sua volta, è inversamente proporzionale alla massa e, se la massa è stellare, è di oltre undici ordini di grandezza inferiore a quella della stella madre.

Dato che la quantità di radiazione emessa da un oggetto dipende dalla sua temperatura, la radiazione di Hawking proveniente da un buco nero astrofisico è del tutto trascurabile. Essa diventa importante solo per buchi neri «mini», ossia quelli di una massa inferiore a 10^{10} grammi. Il solo modo immaginabile in cui si sarebbero potuti formare i minibuchi neri è per compressione durante il big bang. È probabile che allora ne siano stati prodotti in abbondanza, nel qual caso avrebbero contribuito in modo significativo all'entropia dell'universo.

L'energia delle particelle create da una curvatura variabile nel tempo non può essere evocata dal nulla. Essa deriva dallo stesso spazio-tempo. Ne consegue che le particelle agiscono a loro volta sullo spazio-tempo. Sono stati fatti tentativi per calcolare questa «retroazione» nel caso del big bang, per determinare il suo effetto dinamico sull'universo primitivo. Si voleva vedere se la retroazione poteva eliminare la densità iniziale infinita della

materia richiesta dalla teoria classica di Einstein e che è un ostacolo per tutte le ricerche ulteriori. Se la si potesse sostituire con una densità semplicemente enorme, ci si potrebbe domandare: che cosa faceva l'universo *prima* del big bang?

Negli anni sessanta Roger Penrose dell'Università di Oxford e Hawking dimostrarono che la teoria classica di Einstein è incompleta. Essa prevede il verificarsi, nel passato o nel futuro, di densità infinite e di curvature infinite sotto una varietà di condizioni attuali fisicamente ragionevoli. Una teoria che prevede un valore infinito per una grandezza osservabile non è più in grado di avanzare previsioni al di là di quel punto. Dato che i fisici credono nella comprensibilità della natura, essi si aspettano che una teoria siffatta richieda un ampliamento fino a comprendere una gamma più ampia di fenomeni. Secondo l'attuale punto di vista prudentiale l'inclusione degli effetti quantistici è la sola terapia ragionevole per l'incompletezza della teoria di Einstein.

Calcoli della retroazione sul big bang eseguiti mediante simulazione numerica su un calcolatore digitale hanno dato finora risultati ambigui. Difficile è stata la determinazione, come dato di ingresso per il calcolatore, di un valore accettabile della densità di energia combinata per le particelle prodotte e per il vuoto quantistico al quale esse sono sovrapposte.

L'effetto della retroazione è di partico-

lare importanza nel caso di un buco nero. La radiazione di Hawking «ruba» da un buco nero sia energia sia entropia. La massa del buco di conseguenza diminuisce. Il tasso di diminuzione è dapprima lento, ma cresce rapidamente all'aumentare della temperatura. Alla fine il tasso di variazione diventa tanto elevato che le approssimazioni nei calcoli di Hawking non sono più valide. Non si sa che cosa accada da quel momento in poi. Hawking ritiene che le sue approssimazioni si mantengono qualitativamente corrette e che il buco nero finisca di vivere con un lampo spettacolare, lasciandosi dietro momentaneamente una «singolarità nuda» nella struttura causale dello spazio-tempo.

Qualsiasi singolarità, nuda o meno, costituisce un fallimento della teoria. Se Hawking ha ragione, non è incompleta solo la teoria di Einstein, ma anche la teoria dei quanti. La ragione è dovuta al fatto che, per ogni particella nata al di fuori della superficie di orizzonte, ne nasce una all'interno. Le due particelle sono correlate nel senso che un osservatore potrebbe rilevare «effetti di interferenza di probabilità» se potesse comunicare simultaneamente con entrambe le particelle. Hawking suppone che le particelle all'interno vengano schiacciate fino a una densità infinita e cessino di esistere. Nel momento in cui cessano di esistere viene a

cadere la normale interpretazione probabilistica della meccanica quantistica. La probabilità stessa scompare nello schiacciamento a densità infinita.

Secondo un'ipotesi alternativa ed egualmente plausibile la costruzione stessa della teoria quantistica dei campi che viene eretta attorno alla teoria di Einstein impedisce che vengano perse nel collasso sia la probabilità sia l'informazione. È del tutto probabile che la retroazione arrivi a un tale estremo da impedire che lo schiacciamento si estenda all'infinito. L'orizzonte, che è un costrutto matematico e non fisico, potrebbe non essere affatto una barriera strettamente a senso unico. La materia che è collassata formando il buco nero potrebbe alla fine essere spiegata, particella per particella. Nessuno dubita che si abbia un lampo finale di radiazione di Hawking e che si raggiungano densità enormi all'interno del buco. La pressione stessa alla quale sono sottoposte le particelle nucleari potrebbe tuttavia trasformarle in fotoni e in altre particelle prive di massa, che alla fine potrebbero sfuggire, trasportando con sé la poca energia restante e tutte le correlazioni quantistiche. Non è necessario che questi prodotti finali portino via alcuna parte dell'entropia originaria del buco nero. Essa è stata tutta rubata dalla radiazione di Hawking.

Passo ora alla parte profonda e difficile della gravità quantistica. Quando un effetto quantistico, quale la produzione di particelle o l'energia del vuoto, retroagisce sulla curvatura dello spazio-tempo, la stessa curvatura diventa un oggetto quantistico. Uno schema teorico coerente richiede che lo stesso campo gravitazionale sia quantizzato. Per lunghezze d'onda grandi rispetto alla lunghezza di Planck, le fluttuazioni quantistiche del campo gravitazionale quantizzato sono piccole. Esse possono essere rappresentate con precisione se vengono trattate come una debole perturbazione su un fondo classico. La perturbazione può essere analizzata allo stesso modo di un campo indipendente e contribuisce per la sua parte sia all'energia del vuoto sia alla produzione di particelle.

Alle lunghezze d'onda e alle energie di Planck la situazione è decisamente più complessa. Le particelle associate a un campo gravitazionale debole sono dette gravitoni; sono prive di massa e hanno un momento angolare di spin 2. È improbabile che i singoli gravitoni possano mai essere osservati direttamente. La comune materia, perfino un'intera galassia di materia comune, è quasi totalmente trasparente a essi. I gravitoni interagiscono apprezzabilmente con la materia solo quando raggiungono le energie di Planck. Tuttavia, a tali energie, essi sono in grado di indurre curvature di Planck nella geometria di fondo. A questo punto il campo al quale i gravitoni sono associati non è più debole e lo stesso concetto di «particella» è mal definito.

Alle lunghezze d'onda maggiori l'energia trasportata da un gravitone distorce la geometria di fondo. Alle lunghezze d'onda minori essa distorce le onde associate al gravitone stesso. È una conseguenza della non linearità della teoria di Einstein: quando si sovrappongono due campi gravitazionali, il campo risultante non è uguale alla somma dei due componenti. Tutte le teorie di campo significative sono non lineari. Per alcune si può trattare la non linearità con un metodo di approssimazioni successive chiamato teoria delle perturbazioni, nome la cui origine risale alla meccanica celeste. Il metodo si basa sul perfezionamento di un'approssimazione iniziale mediante una serie di correzioni progressivamente più piccole. Quando si applica la teoria delle perturbazioni ai campi quantizzati, essa conduce a infiniti che devono essere eliminati per rinormalizzazione.

Nel caso della gravità quantistica la teoria delle perturbazioni non è applicabile per due motivi. In primo luogo, alle energie di Planck i successivi termini della serie di perturbazioni (cioè le successive correzioni) sono di grandezza analoga. Troncare la serie a un numero finito di termini non porta a una approssimazione valida; si deve invece sommare l'intera serie infinita. In secondo luogo, non possono essere rinormalizzati in modo coerente i singoli termini della serie. In ogni ordine di approssimazione appaiono nuove classi di infiniti, che non hanno

alcuna corrispondenza nell'ordinaria teoria quantistica dei campi. Nascono perché nel quantizzare il campo gravitazionale si quantizza lo stesso spazio-tempo. Nell'ordinaria teoria quantistica dei campi lo spazio-tempo è un fondo fisso. Nella gravità quantistica il fondo non solo reagisce alle fluttuazioni quantistiche, ma si suddivide anche tra esse.

Sono stati fatti alcuni tentativi per dare una risposta strettamente tecnica a queste difficoltà sommando sottoinsiemi infiniti di termini della serie di perturbazioni. I risultati, in particolare la completa scomparsa degli infiniti, sono sia suggestivi sia incoraggianti. Dobbiamo però esaminarli con cautela perché per ricavarli sono state operate pesanti approssimazioni e la serie di perturbazioni non viene mai sommata in toto; ciononostante vengono impiegati per calcolare stime migliori dell'effetto della retroazione sul big bang.

Da un punto di vista più ampio ci si deve aspettare l'insorgere di altri problemi la cui soluzione non può neppure essere tentata con la somma della serie. Uno spazio-tempo quantizzato possiede una struttura causale fluttuante e incerta. Alle dimensioni di Planck la stessa distinzione tra passato e futuro diventa nebulosa. Per analogia con l'effetto tunnel nei sistemi atomici, che consente a un elettrone di attraversare una barriera energetica che non potrebbe mai scavalcare, dobbiamo attenderci processi non ammessi nella teoria classica di Einstein, tra i quali viaggi su distanze di Planck a velocità superiori a quella della luce. Non sappiamo affatto come calcolare le probabilità di tali processi. In molti casi non si sa neppure quali siano le domande giuste da porre. Non vi sono esperimenti che possano farci da guida e perciò è ancora lecito indulgere a voli di fantasia.

Uno dei voli di fantasia più ricorrenti, ripetutamente citato nella letteratura sulla gravità quantistica, è il concetto di topologia fluttuante. La nozione fondamentale introdotta da Wheeler nel 1957 è la seguente: le fluttuazioni nel vuoto del campo gravitazionale, come quelle di tutti gli altri campi, aumentano di intensità alle lunghezze d'onda minori. Se si estrapolano alla regione di Planck i risultati standard per il campo debole, le fluttuazioni di curvatura diventano talmente violente da apparire in grado di produrre buchi nello spazio-tempo alterandone la topologia. Wheeler immagina il vuoto in uno stato di perenne agitazione, con la continua comparsa e scomparsa di cunicoli (e di altre strutture più complesse) di dimensioni planckiane. L'agitazione è «visibile» soltanto al livello di Planck. A un livello più grossolano lo spazio-tempo continua ad apparire regolare.

Si può sollevare un'obiezione immediata: ogni variazione di topologia è necessariamente seguita da una singolarità nella struttura causale dello spazio-tempo, cosicché ci si trova di fronte alla stessa difficoltà che nasce nell'interpretazione di Hawking del decadimento dei buchi neri. Supponiamo comunque che l'interpreta-



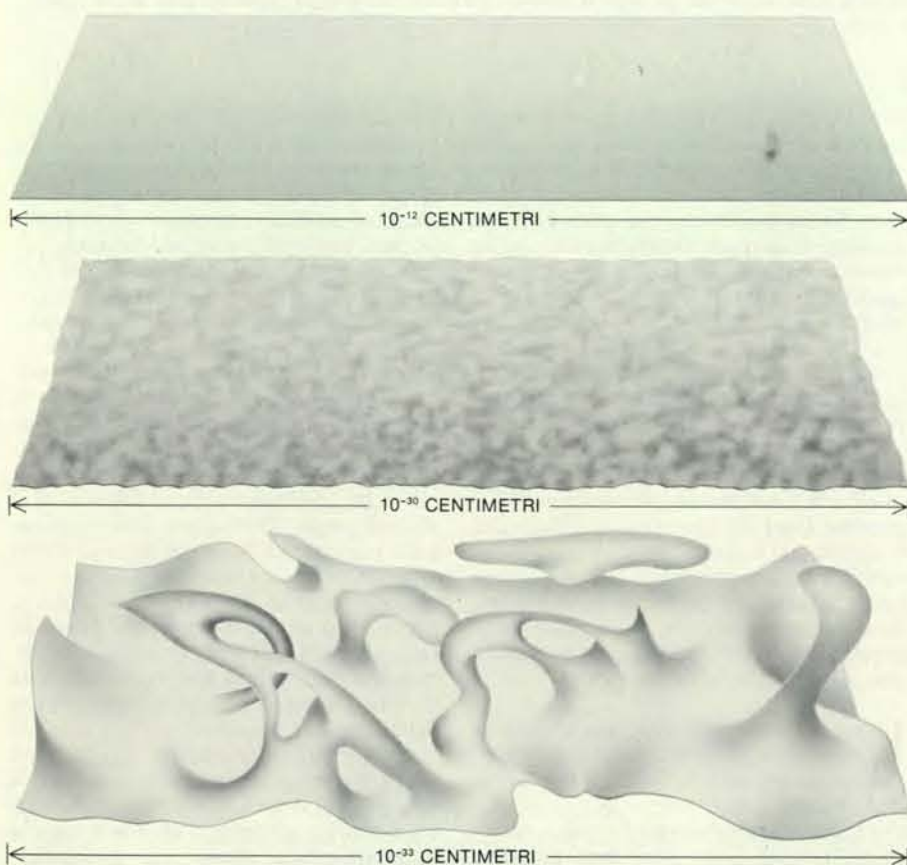
La dimensionalità dello spazio viene messa in discussione dalla possibilità che lo spazio-tempo abbia una topologia complessa. La superficie mostrata è bidimensionale, ma per le sue connessioni topologiche ha un aspetto tridimensionale. È ammissibile che lo spazio tridimensionale percepito a una scala macroscopica abbia in realtà un minor numero di dimensioni, ma sia topologicamente convoluto.

zione di Wheeler sia corretta. Una delle prime domande alle quali si deve dare risposta è: in quale misura le fluttuazioni topologiche contribuiscono all'energia del vuoto e come influenzano la resistenza alla curvatura dello spazio-tempo (al livello grossolano)? Finora nessuno ha dato una risposta convincente, principalmente perché non è emersa alcuna descrizione coerente del processo stesso di transizione topologica.

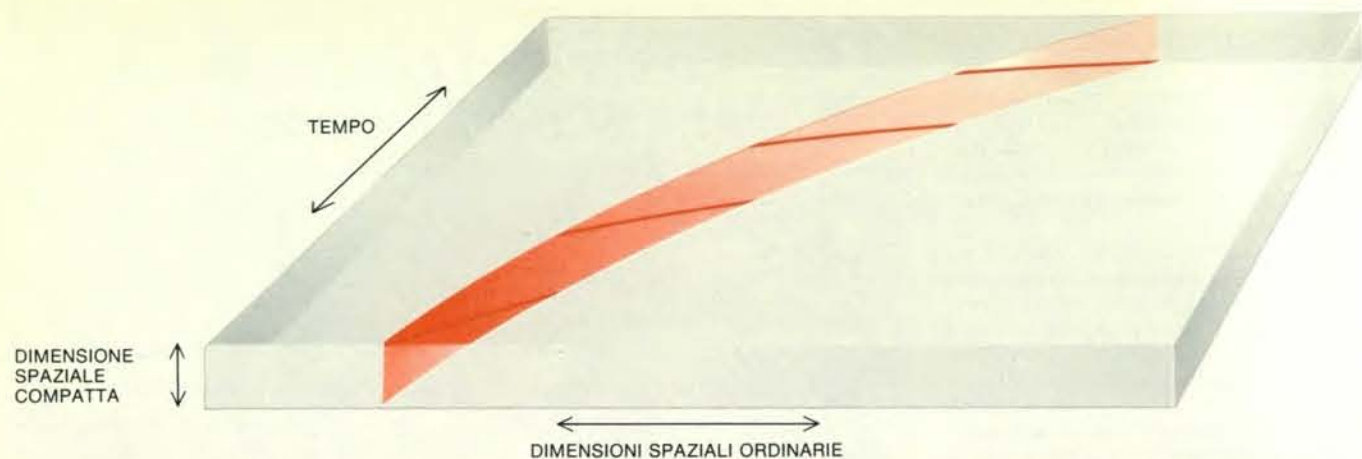
Per renderci conto di almeno uno degli ostacoli che si incontrano nella costruzione di tale descrizione, si consideri il processo visualizzato nell'illustrazione a pagina 15. Il disegno fornisce due rappresentazioni dello stesso evento: un cunicolo è stato appena strizzato lasciando due «pseudopodi» residui in uno spazio connesso semplicemente. In una rappresentazione lo spazio si presenta curvo, nell'altra piatto.

Si consideri ora il processo inverso: la formazione di un cunicolo. Se esiste una probabilità finita che un cunicolo scom-

paia per strizzatura, esiste anche una probabilità finita che se ne formi un altro. A questo punto sorge una nuova difficoltà. Dal punto di vista dell'inversione l'illustrazione rappresenta due pseudopodi cresciuti spontaneamente nel vuoto quantistico. In una rappresentazione appare ragionevole la possibilità che due pseudopodi si uniscano formando un cunicolo. Nell'altra non è così. Eppure la situazione fisica è la stessa nei due disegni. Nel primo caso la formazione del cunicolo sembra ragionevole perché gli pseudopodi appaiono vicini. La «vicinanza», però, non è una proprietà intrinseca della disposizione spaziale, come l'altra rappresentazione mostra chiaramente. Una nozione di «vicinanza» richiede l'esistenza di uno spazio con un maggior numero di dimensioni nel quale sia immerso lo spazio-tempo. Inoltre, lo spazio a più dimensioni deve essere dotato di proprietà fisiche tali che gli pseudopodi possano trasmettere una sensazione di vicinanza gli uni agli altri. Ma allora lo spazio-tempo non è più



Il vuoto quantistico, pensato da John Archibald Wheeler nel 1957, diventa sempre più caotico ispezionando regioni di spazio sempre più piccole. Alla scala del nucleo atomico (*in alto*) lo spazio appare molto regolare. Alle dimensioni di 10^{-30} centimetri (*al centro*) appaiono nella geometria certe asperità. Alla scala della lunghezza di Planck, 1000 volte ancora più piccola (*in basso*), la curvatura e la topologia dello spazio sono continuamente sottoposte a violente fluttuazioni.



Potrebbero esistere altre dimensioni spaziali, oltre a quelle conosciute, se avessero una forma «compatta». Per esempio, una quarta dimensione spaziale potrebbe essere arrotolata su un cilindro con una circonferenza di forse 10^{-32} centimetri. Qui l'ipotetica dimensione compatta è stata «srotolata» e viene rappresentata come l'asse verticale di un diagramma spazio-tempo. La traiettoria di una particella può quindi avere una componente ciclica: ogni volta che raggiunge la massima

estensione della dimensione compatta si ritrova al punto di partenza. La traiettoria osservata è la proiezione di quella reale sulle dimensioni macroscopiche dello spazio-tempo. Se la traiettoria è una geodetica, può assumere l'aspetto di una particella elettricamente carica in moto in un campo elettrico. Una teoria di questo genere è stata introdotta negli anni venti da Theodor Kaluza e Oskar Klein, per dimostrare come essa sia in grado di spiegare sia la gravitazione sia l'elettromagnetismo.

l'universo. L'universo è qualcosa di più. Se restiamo fedeli all'idea che le proprietà dello spazio-tempo siano intrinseche e che non siano il risultato di qualcosa di esterno, sembra che una descrizione coerente delle transizioni topologiche, sia fuori dalla nostra portata.

Un'altra difficoltà collegata alle fluttuazioni topologiche è che esse potrebbero danneggiare la dimensionalità macroscopica dello spazio. Se i cunicoli si possono formare spontaneamente, gli stessi cunicoli possono formare altri cunicoli, e così via all'infinito. Lo spazio potrebbe evolversi in una struttura la quale, benché tridimensionale a livello di Planck, presenta quattro o più dimensioni apparenti in una scala maggiore. Un esempio comune di tale processo è la formazione di una schiuma, che è costituita interamente da superfici bidimensionali, ma ha una struttura tridimensionale (si veda l'illustrazione a pagina 17).

A causa di difficoltà come queste, alcuni fisici hanno suggerito che la descrizione convenzionale dello spazio-tempo come un continuo regolare perde validità al livello di Planck e deve essere sostituita da qualcos'altro. Non è mai stato molto chiaro di che cosa possa consistere questo qualcos'altro. Visto il successo della descrizione del continuo su scale di lunghezza che coprono oltre quaranta ordini di grandezza (o sessanta se si suppone che la possibile perdita di validità intervenga solo al livello di Planck), parrebbe ugualmente ragionevole che la descrizione del continuo sia valida a tutti i livelli e che le transizioni topologiche semplicemente non esistano.

Anche se la topologia dello spazio è immutabile, non è necessariamente semplice, neppure a un livello microscopico. È concepibile che lo spazio possa avere una struttura a schiuma sin dall'inizio, nel qual caso la sua apparente dimensionalità

potrebbe essere maggiore della sua dimensionalità reale. La sua dimensionalità apparente, però, potrebbe anche essere inferiore alla sua dimensionalità reale.

Quest'ultima possibilità è stata proposta in una teoria avanzata da Theodor Kaluza nel 1921 e da Oskar Klein nel 1926. Nella teoria di Kaluza-Klein lo spazio è tetradimensionale e lo spazio-tempo è pentadimensionale. La ragione per la quale lo spazio appare tridimensionale è che una delle sue dimensioni è cilindrica, come nell'universo discusso in precedenza, ma con una differenza importante: la circonferenza dell'universo nella direzione cilindrica, invece di essere di miliardi di anni luce, è soltanto di poche (forse 10 o 100) unità di Planck. Di conseguenza, un osservatore che tenti di penetrare nella quarta dimensione spaziale si ritrova quasi istantaneamente al punto di partenza. In realtà ha poco significato parlare di tale tentativo, perché gli atomi stessi dei quali l'osservatore è composto sono molto più grandi della circonferenza del cilindro. La quarta dimensione è semplicemente non osservabile come tale.

Cionondimeno, essa può manifestarsi in un altro modo: come luce! Kaluza e Klein dimostrarono che se il loro spazio-tempo pentadimensionale viene trattato matematicamente esattamente allo stesso modo in cui lo spazio-tempo tetradimensionale viene trattato da Einstein, la loro teoria è equivalente alla teoria dell'elettromagnetismo di Maxwell combinata con la teoria della gravitazione di Einstein. Le componenti del campo elettromagnetico sono implicite nell'equazione soddisfatta dalla curvatura dello spazio-tempo. Kaluza e Klein inventarono in tal modo la prima valida teoria unificata dei campi, una teoria che forniva una spiegazione geometrica della radiazione elettromagnetica.

In un certo senso la teoria di Kaluza-Klein ebbe fin troppo successo. Pur fon-

dendo le teorie di Maxwell e di Einstein, essa non prevedeva nulla di nuovo e quindi non poteva essere confrontata con le altre teorie. Il motivo fu che Kaluza e Klein avevano imposto limiti al modo in cui lo spazio-tempo può curvarsi nella dimensione aggiuntiva. Se fossero stati rimossi tali limiti, la teoria avrebbe previsto nuovi effetti, ma non sembrava che gli effetti trovassero corrispondenza nella realtà. La teoria quindi venne considerata per molti anni come una piacevole curiosità e relegata in un angolo.

La teoria di Kaluza-Klein venne tirata fuori dall'angolo negli anni sessanta quando si scoprì che le nuove teorie di gauge che stavano destando un interesse crescente si potevano riformulare come teorie di Kaluza-Klein nelle quali lo spazio è dotato non di una sola, ma di più dimensioni microscopiche aggiuntive. Si cominciò a scoprire che tutta la fisica si poteva spiegare in termini geometrici. Divenne importante a questo punto domandarsi che cosa accade se si rimuovono i limiti alla curvatura nelle dimensioni compatte.

Accade che nelle dimensioni aggiuntive si prevedono fluttuazioni di curvatura, che si manifestano come particelle di grande massa. Se la circonferenza delle dimensioni aggiuntive è di 10 unità di Planck, la massa delle particelle associate è circa un decimo della massa di Planck, pari a circa un microgrammo. Dato che l'energia necessaria per creare tali particelle è enorme, esse non vengono quasi mai prodotte. Pertanto, che si impongano o meno limiti alle fluttuazioni di curvatura fa poca differenza. I problemi rimangono. Quello principale è che la curvatura estrema delle dimensioni aggiuntive dà origine a una grandissima densità di energia nel vuoto classico. L'ipotesi di una grande energia del vuoto è da scartarsi in base alle osservazioni.

I modelli di Kaluza-Klein non sono mai

stati seguiti con molta attenzione e il loro ruolo in fisica è ancora incerto. Però, negli ultimi due o tre anni essi sono stati profondamente riesaminati, questa volta in connessione con la generalizzazione della teoria di Einstein chiamata supergravità, ideata nel 1976 da Daniel Z. Freedman, Peter van Nieuwenhuizen e Sergio Ferrara e (in una versione migliorata) da Stanley Deser e Bruno Zumino.

Una delle inadeguatezze dei modelli standard di Kaluza-Klein consiste nel fatto che prevedono soltanto l'esistenza di particelle con momenti angolari di spin 0, $\frac{1}{2}$ e $2\frac{1}{2}$, e anche tali particelle sono o prive di massa o superpesanti. Non c'è posto per le particelle della materia comune, la maggior parte delle quali ha momento angolare di spin $1/2$. Si scopre che, se la teoria di Einstein viene sostituita dalla supergravità e se si tratta lo spazio-tempo col metodo di Kaluza-Klein, si ottiene una vera unione di tutte le varietà di spin.

Nel «supermodello» di Kaluza-Klein oggi più diffuso vengono attribuite allo spazio-tempo altre sette dimensioni. Queste dimensioni hanno la topologia di una ettasfera, uno spazio che possiede alcune proprietà affascinanti. La teoria che ne risulta è straordinariamente ricca e complessa, dal momento che prevede enormi supermultipletti di particelle. Le masse delle particelle sono ancora o nulle o estremamente grandi, ma è possibile che una «rottura» della simmetria della ettasfera attribuisca ad alcune particelle una massa più realistica. Rimane ancora la grande energia del vuoto classico, ma potrebbe essere annullata da un'energia negativa del vuoto quantistico. Non si sa ancora se queste strategie per modificare la teoria avranno successo.

Se Einstein potesse ritornare a verificare che cosa è stato della sua teoria, ne sarebbe certamente stupefatto e, credo, compiaciuto. Sarebbe compiaciuto che i fisici, dopo anni di esitazione, abbiano finito con l'accettare il suo punto di vista secondo il quale le teorie matematicamente eleganti meritano di essere studiate anche se non sembrano corrispondere immediatamente alla realtà. Sarebbe anche compiaciuto che i fisici oggi osino sperare di ricavare una teoria unificata dei campi. E sarebbe infine particolarmente soddisfatto di scoprire che il suo vecchio sogno che tutta la fisica si possa spiegare in termini geometrici pare si stia avverando.

Soprattutto, però, sarebbe meravigliato. Meravigliato del fatto che la teoria dei quanti abbia ancora un ruolo di preminenza nella sua forma originale su tutte le altre teorie, arricchendo la teoria dei campi e venendo a sua volta da essa arricchita. Einstein non credette mai che la teoria dei quanti rappresentasse la verità finale. Egli non accettò mai l'indeterminismo che essa implica ed era convinto che sarebbe stata un giorno sostituita da una teoria dei campi non lineare. È accaduto esattamente il contrario. La teoria dei quanti ha invaso la teoria di Einstein e l'ha trasformata.

NOVITÀ NELLA SERIE LE SCIENZE quaderni

n. 13 febbraio 1984

Un'approfondita ed esauriente descrizione dei processi orogenetici che hanno dato origine ai principali sistemi di catene montuose della Terra.

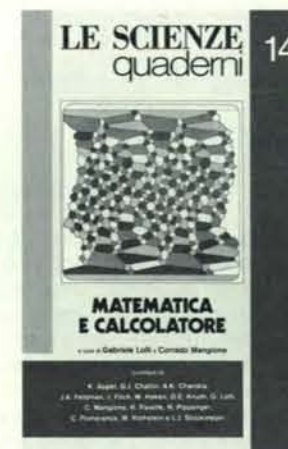


In questo numero:

- Teorie orogenetiche prima della «tettonica a zolle» di M. Parotto
- Geosinclinali, orogenesi e crescita dei continenti di R. S. Dietz
- La subduzione della litosfera di M. N. Toksöz
- Il ruolo dei processi di subduzione di R. Funiello
- La crescita del Nord America di D. L. Jones, A. Cox, P. Coney e M. Beck
- Gli Appalachi meridionali di F. A. Cook, L. D. Brown e J. E. Oliver
- L'evoluzione delle Ande di D. E. James
- La collisione tra India ed Eurasia di P. Molnar e P. Tapponier
- Evoluzione e struttura delle Alpi di H. P. Laubscher
- Struttura profonda dell'area mediterranea di G. F. Panza, G. Calcagnile, P. Scandone e S. Mueller

n. 14 marzo 1984

Per la prima volta proposta a livello divulgativo un'ampia analisi dell'influsso che la rivoluzione informatica ha avuto sulle scienze matematiche.



In questo numero:

- Matematica e calcolatore di G. Lolli
- Gli algoritmi di D. E. Knuth
- Definizioni di algoritmo di G. Lolli
- Linguaggi di programmazione di J. A. Feldman
- Algebra e calcolatore di R. Pavelle, M. Rothstein e J. Fitch
- Alla ricerca dei numeri primi di C. Pomerance
- La teoria della complessità di N. Pippenger
- Problemi intrinsecamente difficili di L. J. Stockmeyer e A. K. Chandra
- Il problema dei quattro colori di K. Appel e W. Haken
- Casualità e dimostrazione matematica di G. J. Chaitin

Otto quaderni all'anno, ogni mese da ottobre a maggio.
In vendita in edicola e in libreria.
Prezzo di copertina L. 4.500